Faculté des Sciences Aix-Marseille Université

POLYTECH MARSEILLE Aix-Marseille Université

Optique Géométrique

Travaux Pratiques

Physique Newtonienne

2013-2014

TABLE DES MATIERES

PREAMBULE A LIRE ABSOLUMENT

PREPARATION DES TRAVAUX PRATIQUES

Vous devez, avant chaque séance : étudier soigneusement le texte du TP ; faire les calculs préliminaires dans la mesure du possible ; réfléchir à l'introduction et à la teneur du compte-rendu.

MANIPULATION - REDACTION DES COMPTES RENDUS

- La manipulation est faite en binôme, ce qui implique une participation de chaque étudiant à la réalisation pratique et à la rédaction.
- Prendre soin du matériel qui vous est confié (parfois couteux), ranger la table avant de partir (pensez aux étudiants qui vous suivront), ne pas mélanger le matériel d'une table à l'autre même entre manips équivalentes, font partie du « code de bonne conduite » en TP.
- Travailler avec soin et intelligence sont les qualités d'un bon expérimentateur.
- Un compte-rendu de TP est un document autonome, qui se lit sans avoir besoin de se référer au texte du polycope, Respectez la présentation :
    - titre,
    - introduction (pourquoi faire ce TP),
    - paragraphes explications sur chaque mesure,
    - schémas,
    - résultats des mesures, en tableaux si possible , graphes
    - respect et mention des unités,
    - calculs d'incertitudes, résultats présentés sous la forme« <u>x = m ± Δm (unit)</u> » ;
    - remarques sur les difficultés expérimentales , explications complémentaires données par l'enseignant,
    - conclusion (qu'a-ton appris ? l'expérience est-elle probante ? intéressante ? à améliorer, et comment ?)

(Eviter que le CR , hors schémas, fasse moins de 2 et plus de 4 ou 5 pages, et plus d'une faute d'orthographe par ligne…)

Pour plus de détails, reportez vous au guide de rédaction qui vous a été distribué précédemment.

RESTITUTION DES CR- NOTATION

- Le compte-rendu est rédigé par binôme (avec les deux noms, le rédacteur souligné) et rendu à la fin de la séance.
- La même note est attribuée aux deux étudiants.
- Le travail en trinôme n'est pas admis. La note de TP est attribuée entièrement en contrôle continu.
- Les TP sont prévus pour une durée de 3h, rédaction comprise. Les sorties avant la fin des 3h ne sont pas souhaitées. Une question complémentaire, « *Si vous avez le temps* » , peut faire la différence, à qualité de rédaction égale, entre un TP correct et un bon TP.

LES NOTIONS CONCERNANT LES CALCULS D'INCERTITUDES, TRACES DE GRAPHES, ETC… RAPPELEES EN FIN DE POLYCOPE SONT CONSIDEREES COMME CONNUES

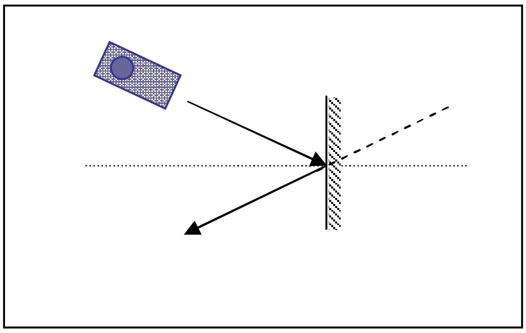
I- REFLEXION - REFRACTION

Ce TP a pour but de vous familiariser avec les trajectoires des rayons, la formation des objets et images réels et virtuels, et les lois de Descartes. On étudiera la réflexion par un miroir plan simple et le miroir sphérique, la réfraction par un dioptre plan et un dioptre sphérique.

On utilisera pour cela soit une lampe donnant un faisceau de lumière blanche pourvue d'un cache munis de fentes permettant d'isoler un ou plusieurs faisceaux fins et plans, soit une lampe à diodes rouges multifaisceaux ; la trace des faisceaux sur le plateau horizontal schématise des « rayons » ; les tracés des rayons seront reportés au crayon sur une feuille de papier, ainsi que la position des miroirs et dioptres, reconstituant ainsi la construction géométrique.

POUR TOUTE LA SUITE :

Pour chaque construction, prendre une feuille A4, positionnée dans la grande largeur,; il est en général utile de tracer un axe et de placer perpendiculairement à cet axe les positions des miroirs et/ou dioptres plans ; les tracés des rayons seront dessinés soit avant (et on place la lampe sur le trajet choisi), soit après (relevé d'après la manip).



!! Respecter traits pleins et pointillés, flèches sur les rayons, indiquer le sens de la lumière

I – MIROIRS PLANS

1-1 RAPPELS : SYMETRIE OBJET - IMAGE

Un miroir plan donne d'un point objet A, une image ponctuelle A' par la relation de conjugaison :

HA = - HA' , où H est la projection orthogonale de A (et A') sur le plan du miroir. La droite AHA' est donc normale au plan du miroir.

Tout rayon incident intercepté par le miroir en un point I donne un rayon réfléchi situé dans le plan perpendiculaire au miroir défini par l'incident et la normale en I (1ère loi de Descartes), (fig.1)

les angles *i* et *i'* des rayons avec la normale sont égaux : sin *i* = sin *i'* (2e loi de Descartes)

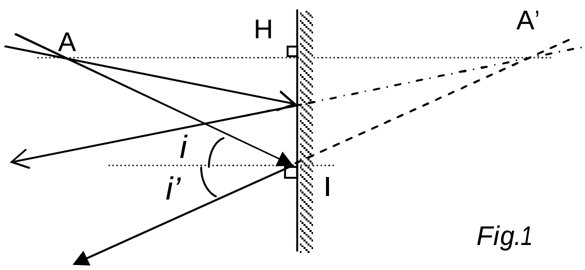


Fig.1

1-2 **OBJET REEL**, CONSTRUCTION DE L'IMAGE *(15 mn)*

✓Tracer un axe et la trace du miroir ; Placer une lentille après les 3 rayons issus de la lampe de façon à les faire converger en un point. Ce point servira d'objet pour le miroir.

✓Placer ensuite le miroir et observer A', l'image de A et les rayons réfléchis (analogue à la figure 1). relever la position des rayons incidents et réfléchis, enlever le miroir et tracer l'image .

✓Commenter : nature et position de l'image.

1-3 OBJET VIRTUEL : CONSTRUCTION DE L'IMAGE *(15 mn)*

Placer une lentille après les 3 rayons issus de la lampe de façon à les faire converger en un point. Ce point servira d'objet pour le miroir.

✓Placer ensuite le miroir et observer A', l'image de A et les rayons réfléchis (analogue à la figure 1). Avec cette construction, observer l'effet sur l'image si on recule le miroir ou si on le fait tourner.

✓Faire glisser le miroir pour le rapprocher de A jusquà intercepter les rayons issus de la lampe, AVANT leur intersection en A (fig.2)

On obtient alors un **objet virtuel** et le miroir plan en donne une **image réelle**.

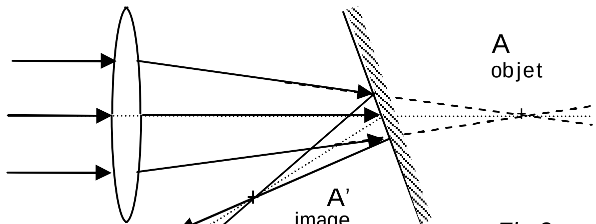


Fig.2

NB : Il est plus facile d'observer les rayons réfléchis si on place la lampe de biais par rapport au miroir

II – DIOPTRES PLANS

2-1 RAPPELS : 3E LOI DE DESCARTES ; RELATION DE CONJUGAISON

Un rayon incident sur un dioptre en un point I, subit au passage du milieu d'indice n_1 au milieu d'indice n_2, un changement de direction appelé Réfraction ;

les rayons incident et réfracté et la normale au dioptre en I sont dans un même plan, et les angles i_1 et i_2 des rayons incident et réfracté avec la normale au dioptre vérifient la relation :

$$n_1 \sin i_1 = n_2 \sin i_2$$

Si on considère pour un point objet A_1 des rayons faiblement inclinés entre eux, on peut obtenir par un dioptre plan une image A_2 de ce point alignée avec A_1 sur la normale au dioptre, et dont la position est donnée par la relation de conjugaison (H étant la projection de A_1 et A_2 sur le dioptre) (fig.3):

$$\frac{\overline{HA_1}}{n_1} = \frac{\overline{HA_2}}{n_2}$$

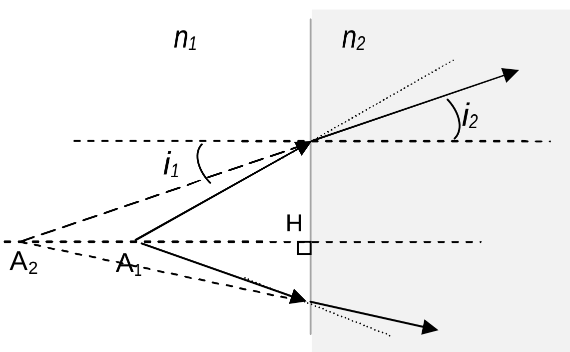


Fig.3

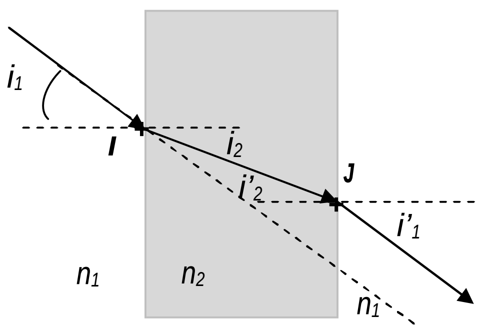


Fig.4

2-2 MESURE DE L'ANGLE REFRACTE ; INDICE DU MATERIAU *(40 mn)*

On dispose d'une lame à faces parallèles constituée de plexiglas transparent, d'indice n_2.

✓ Tracer un axe et perpendiculairement, la trace de la face d'entrée de la lame à faces parallèles ;

✓ Tracer des rayons incidents en I , faisant avec l'axe des angles de 20°, 35°, 50°, 70° ; (fig.4)

✓ Placer la lame, dessiner la position de sa face de sortie ;

✓ Placer la lampe avec un seul rayon, successivement selon les 4 tracés incidents ;

✓ Pour chaque position du rayon incident, repérer sur la face de sortie le point d'arrivée J du rayon interne (= rayon réfracté dans le plexi) ; bien observer le changement d'angle au passage à travers le 1er dioptre (i1, i2 de part et d'autre de I), puis le deuxième (i'1, i'2 en J) (symétrique !) ;

✓ Enlever la lame, tracer les trajets des rayons réfractés et mesurer les angles de réfraction ;

✓ Reporter ces valeurs dans le tableau, calculer n_2 d'après la 3^e loi de Descartes (pour l'air n_1 = 1) et en déduire une valeur moyenne de l'indice n_2. (Indiquer la marge d'incertitude).

i_1	20°	35°	50°	70°
i'_1				
i_2				
i'_2				
n_2				

2-3 ANGLE LIMITE - OBSERVATION DE LA REFLEXION TOTALE *(10 mn)*

D'après la valeur d'indice trouvée en 2.2, calculer l'angle de réfraction limite pour ce matériau.

Reprendre la lame à faces parallèles, l'éclairer avec un seul faisceau et observer le cheminement de la lumière à l'intérieur de la lame (aucune mesure n'est demandée)

✓Faire entrer la lumière par une des petites faces (I), en inclinant le faisceau de sorte que le rayon réfracté à l'intérieur de la lame intercepte les grandes faces ;

✓Faire varier l'angle d'entrée i_1 et observer que <u>quel que soit l'angle d'incidence</u>, il n'y a pas de réfraction en J et la lumière ne ressort pas par la grande face : elle subit une réflexion totale et repart vers la seconde petite face d'où elle ressort (en K) après une 2^e réfraction (fig.5).

On ne demande pas de mesures, mais une simple observation du phénomène.

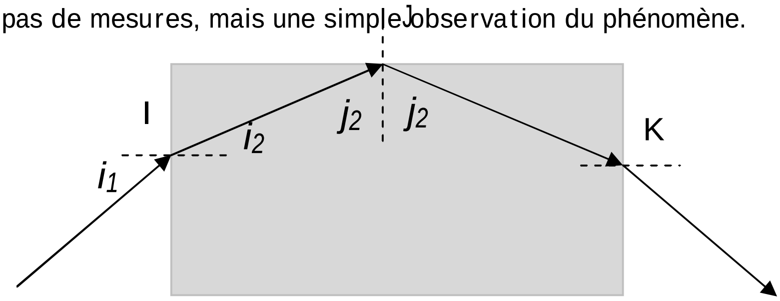


Fig.5

III – MIROIR SPHERIQUE

3-1 RAPPELS : FOYER – RELATION DE CONJUGAISON

✓ Dans les limites de l'approximation de Gauss, un miroir sphérique donne d'un point objet A, une image ponctuelle A' dont les positions sont liées par une des relations de conjugaison suivantes:

$$\frac{1}{\overline{SA}}+\frac{1}{\overline{SA'}}=\frac{1}{\overline{SF'}} \;; \qquad \frac{1}{\overline{CA}}+\frac{1}{\overline{CA'}}=\frac{2}{\overline{CS}}=\frac{1}{\overline{CF'}} \;; \qquad \overline{FA}.\overline{FA'}=\overline{FS}^2$$

$$\gamma=\frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}=-\frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}=+\frac{\overline{CA'}}{\overline{CA}}=\frac{\overline{FS}}{\overline{FA}}=\frac{\overline{FA'}}{\overline{FS}}$$

où C est le centre du miroir, S son sommet (intersection du miroir avec l'axe), F le foyer.

**Le foyer objet est le point d'intersection des rayons incidents, donnant des rayons réfléchis parallèles à l'axe principal ; le foyer image est le point de l'axe principal où se coupent les rayons réfléchis correspondant à des incidents parallèles à l'axe*.*

✓ Unicité du Foyer :

La définition des foyers objet et image est celle de tout système optique ; dans le cas du miroir sphérique, ces 2 points sont confondus.

✓ Le foyer est situé au milieu du segment SC.

Un rayon passant par le centre C est renvoyé sur lui-même. (fig.6)

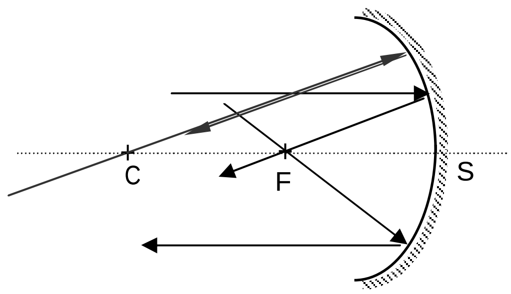


Fig.6

3-2 MIROIR CONCAVE : CONSTRUCTION DU FOYER *(30 mn)*

✓ <u>Foyer image</u> : Sur une feuille A4, tracer un axe principal et placer le miroir sphérique de façon symétrique. Dessiner la trace du miroir. La lampe étant utilisée avec le cache à 3 fentes, on envoie sur le miroir 3 rayons incidents parallèles à l'axe et on observe immédiatement la position du foyer image, point de convergence des 3 rayons réfléchis (fig.7)

✓ Relever le trajets des rayons incidents et réfléchis et la position de F'.

✓ Estimer la position de C grâce à un compas. Mesurer les distances CS, CF', SF' et vérifier que F' est au milieu de CS

(!! donner les incertitudes)

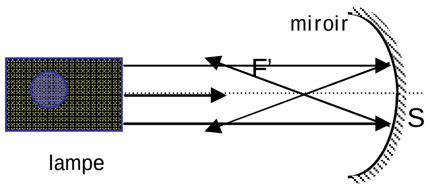


fig.7

✓ Foyer objet : Expliquer comment déterminer la position du foyer objet.

✓ Faire les constructions.

✓ Commenter vos résultats .

IV – DIOPTRE SPHERIQUE

4-1 RAPPELS : FOYERS - RELATION DE CONJUGAISON

✓ On considère un dioptre sphérique entre deux milieux d'indices n_1 et n_2 ; les rayons circulant dans le milieu d'indice n_1 sont issus du point objet A_1 et les rayons se propageant dans le milieu d'indice n_2 se coupent au point image A_2 , liés par les relations de conjugaison suivantes :

$$\frac{n_1}{\overline{SA_1}} - \frac{n_2}{\overline{SA_2}} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{SC}} \; ; \qquad \frac{n_1}{\overline{CA_2}} - \frac{n_2}{\overline{CA_1}} = \frac{n_1 - n_2}{\overline{CS}} \; ; \qquad \overline{F_1A_1}\,.\,\overline{F_2A_2} = \overline{F_1S}\,.\,\overline{F_2S}$$

$$\gamma = \frac{\overline{A_2B_2}}{\overline{A_1B_1}} = \frac{n_1}{n_2}\frac{\overline{SA_2}}{\overline{SA_1}} = +\frac{\overline{CA_2}}{\overline{CA_1}} = \frac{\overline{F_1S}}{\overline{F_1A_1}} = \frac{\overline{F_2A_2}}{\overline{F_2S}}$$

où C est le centre de la sphère, S le sommet (intersection du dioptre avec l'axe de symétrie).

✓ Le dioptre possède 2 foyers distincts : le foyer objet F_1 et le foyer image F_2 , situés de part et d'autre du dioptre, à l'extérieur du segment CS, qui sont soit tous les 2 réels, soit tous les 2 virtuels.

Remarque : Un dioptre est supposé séparer deux milieux semi-infinis, ce qui est difficile à réaliser en pratique. On utilisera ici un dispositif de section semi-cylindrique, d'indice n_1 (on notera l'air milieu 2 d'indice n_2 = 1) , et on s'affranchira dans la mesure du possible du dioptre plan en utilisant des rayons perpendiculaires à celui-ci, donc non déviés (cf§2.2)

4-2 CONSTRUCTION DU FOYER IMAGE *(10 mn)*

✓ Sur une feuille A4, tracer un axe principal et placer le demi-cylindre de façon symétrique, la face plane étant la face d'entrée. Dessiner sa trace. Construire le foyer image en expliquant la méthode utilisée.

Noter le trajet interne (dans le plexiglas) ; commenter (fig.8).

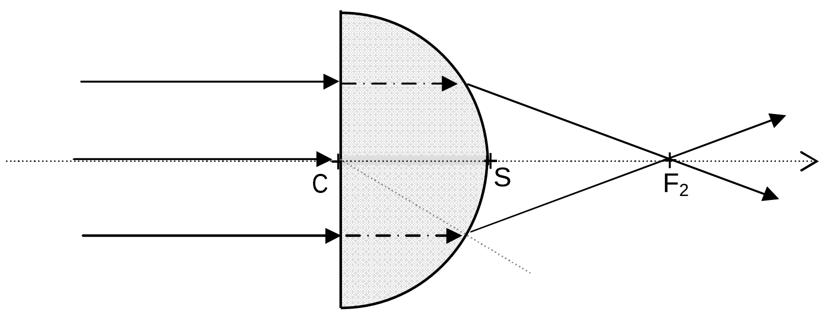


Fig.8

4-3 CONSTRUCTION DU FOYER OBJET *(20 mn)*

✓ Sur une feuille A4, tracer un axe principal et placer le demi-cylindre de façon symétrique, la face plane étant la face d'entrée. Dessiner sa trace. Dessiner ensuite deux traits parallèles à l'axe selon lesquels on fera passer des rayons émergents.

La lampe étant utilisée avec 1 fente, on envoie le rayon incident sur le dispositif de sorte que l'émergent correspondant soit confondu successivement avec chacun des tracés. Relever sur le schéma la position des rayons incidents, leur point d'entrée sur le dioptre sphérique, leur point d'intersection avec l'axe.

Noter le trajet interne (dans le plexiglas) ; expliquer la différence avec le cas précédent.

Déterminer la position du point F *foyer objet de l'ensemble dioptre plan/dioptre sphérique*. Et celle du point F_1, *foyer objet du dioptre sphérique* (fig.9).

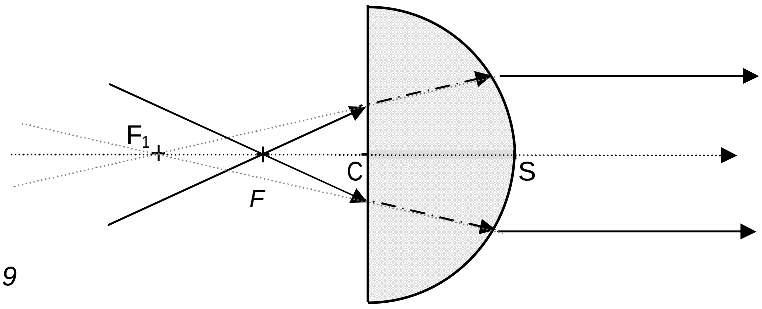


Fig.9

✓ Vérifier que dans la limite de la précision des mesures, on a bien $SF_1 = -CF_2$ (id $CF_1 = SF_2$ – cf. cours).

V - SI VOUS AVEZ LE TEMPS *(20 mn)*

- ✓ Reprendre le miroir sphérique, en le placant en position de miroir convexe.
- ✓ Faire les constructions du foyer objet et du foyer image.
- ✓ Commenter la précision du résultat, comparer avec la valeur obtenue pour la face concave.

II - LENTILLES MINCES - FOCOMETRIE

Ce TP a pour but d'étudier les lentilles qui sont les constituants de base de la plupart des instruments. On supposera pouvoir appliquer l'approximation des lentilles minces, dont on retrouvera expérimentalement la relation caractéristique (relation de conjugaison).

On comparera ensuite diverses mesures de focométrie pour une même lentille convergente ; enfin on verra comment mesurer la distance focale d'une lentille divergente.

I – ETUDE DE LA RELATION DE CONJUGAISON

1-1 NOTATIONS - CONSTRUCTIONS

Soit une lentille L, donnant d'un objet AB, une image A'B'. On a les relations de conjugaison:

$$\frac{1}{\overline{SA'}} - \frac{1}{\overline{SA}} = \frac{1}{\overline{SF'}} \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{SA'}}{\overline{SA}}$$

La distance focale image f ' = SF' est positive pour une lentille convergente et négative pour une lentille divergente. La vergence C est le rapport: C = 1/f ' ; Si f ' est en mètres, C est en dioptries.

On pose quelquefois:
p = AO = distance objet-lentille (!! signe !!) et p'= OA' = distance lentille-image
Avec ces définitions, les relations de conjugaison deviennent 1/p + 1/p' = 1/f ' et γ = - p'/p

Lorsque l'on accole 2 lentilles minces, de distances focales f_1 et f_2, on obtient un ensemble équivalent à une lentille unique, de distance focale f, telle que:

$$\frac{1}{f_1} + \frac{1}{f_2} = \frac{1}{f} \qquad \text{soit encore : } C_1 + C_2 = C_T$$

On notera F le foyer objet, et F' le foyer image. Les foyers sont réels pour une lentille convergente et virtuels pour une lentille divergente.

Etant donné un objet AB, on construit son image en se rappelant les points suivants:

- un rayon parallèle à l'axe principal FF' sort de la lentille en passant par le foyer image F';
- un rayon passant par le centre optique O n'est pas dévié; (O=S pour une lentille mince)
- un rayon passant par le foyer objet F ressort parallèlement à l'axe FF'.

✓Le point objet est à l'intersection des rayons incidents.
✓L'intersection de 2 rayons émergents donne la position de l'image (Cf figures 1a et b).
✓Le trajet physique de la lumière est représenté en traits pleins, les prolongements éventuels pour les constructions géométriques sont tracés en pointillés.

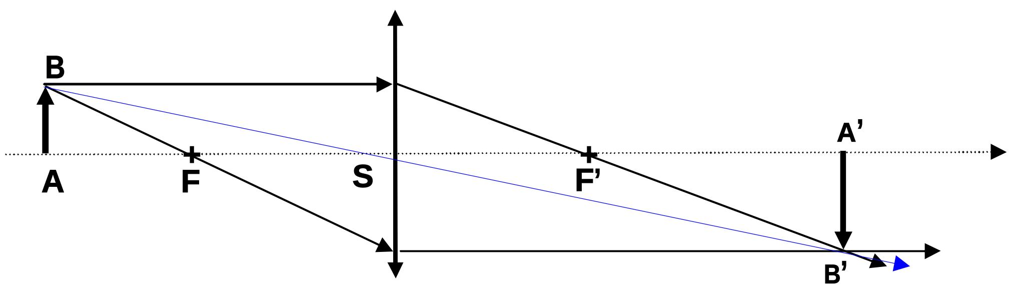
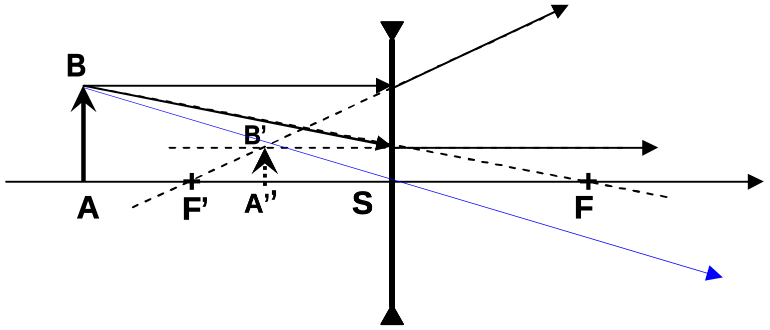


Fig.1



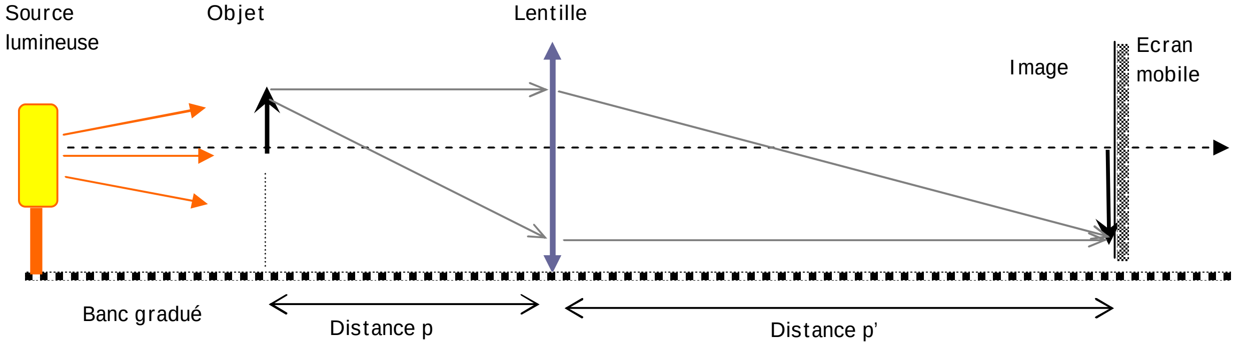
1 - 2. ETUDE GRAPHIQUE DE P' EN FONCTION DE P *(1 h environ)*

- Placer sur le banc l'objet devant la source, la lentille convergente(A, ou C+, ou L_1), l'écran .

Déplacer la lentille pour faire varier la distance p ; pour 7 à 8 valeurs de p, prises entre 12,0 ou 15,0 et 70,0 ou 90,0cm, chercher la position de l'écran qui donne une image nette. Mesurer alors p'.

!!! p et p' sont mesurées au millimètre ; l'indiquer et en tenir compte dans le calcul des inverses !!

p (cm)	**15.0**							**70.0**
p' (cm)								
P' / p								
A'B'/AB								
1/p (m-1)								
1/p'(m-1)								
C=1/p+1/p'								



-Pour quelques points, mesurer la taille de l'image A'B'. On pourra alors comparer les valeurs du <u>grandissement</u> γ obtenues par les relations: $\gamma = -p'/p$ et $\gamma = A'B'/AB$.

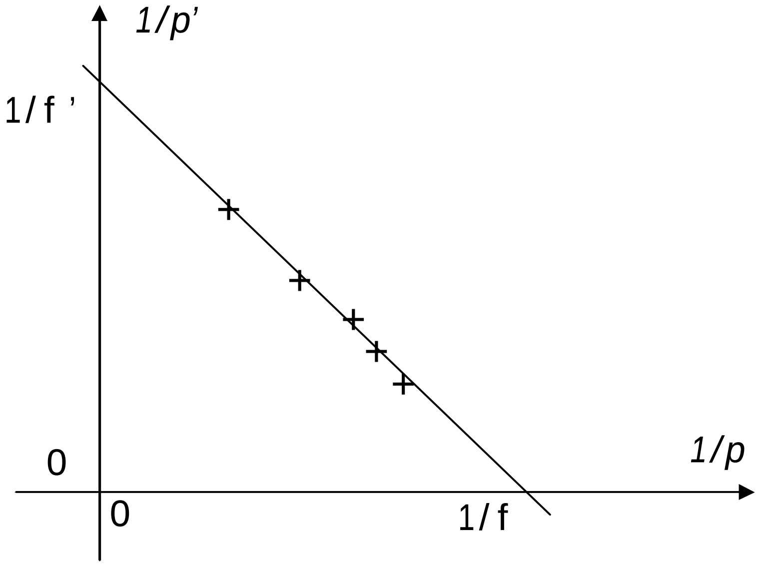
✓ Tracer, sur du papier millimétré ou quadrillé, le graphe 1/p' = f(1/p) <u>en prenant soin d'avoir les valeurs 1/p = 0 et 1/p' = 0 sur les axes</u>; *(voir figure suivante)*

✓ Prolonger la droite obtenue jusqu'aux axes; lire la valeur X_0 de 1/p quand 1/p' = 0, et la valeur Y_0 de 1/p' quand 1/p = 0 . Que représentent ces valeurs ?

✓ Calculer la pente de la droite.

✓ En déduire l'équation reliant (1/p') et (1/p). Que représente cette relation ?

✓ En déduire la distance focale **f '** de la lentille A, avec l'incertitude.



II – METHODES RAPIDES DE FOCOMETRIE *(20 mn)*

L'autocollimation et la méthode de « l'objet à l'infini » sont deux moyens rapides de trouver la distance focale d'une **lentille convergente**

2-1 MESURE DIRECTE DE LA DISTANCE FOCALE PAR AUTO-COLLIMATION

Principe de l'autocollimation

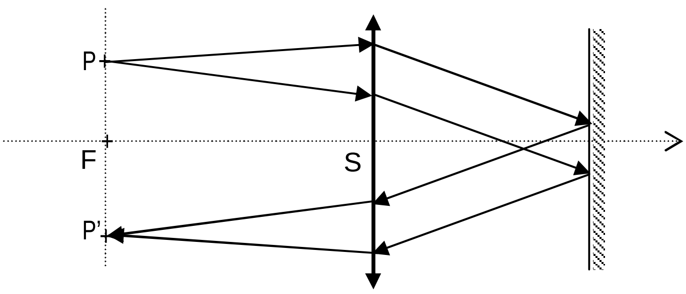
Lorsqu'un point P est placé dans le plan focal F d'une lentille et s'il sert d'objet, le faisceau qui sort de la lentille est formé de rayons parallèles. Si on reçoit ce faisceau sur un miroir plan M perpendiculaire à l'axe, le faisceau réfléchi est, lui aussi, formé de rayons parallèles.

Donc, après avoir traversé la lentille au retour, ils viendront converger dans le plan focal (passant par F), pour y donner l'image P', et ce, même si on déplace le miroir (parallèlement à lui-même).

NB : Si l'objet (P) n'est pas dans le plan focal, le point de convergence éventuel P' des rayons renvoyés par le miroir dépend de la position de celui-ci et n'est pas situé dans le plan de P.

Conclusion:

Quand, par un tel système, on obtient l'image dans le même plan que l'objet, cela implique que celui-ci est dans le plan focal.

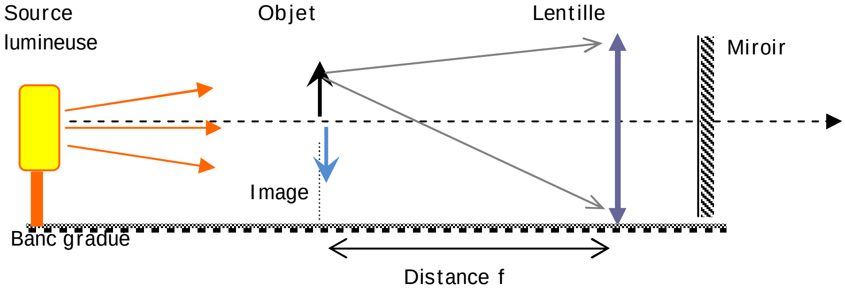


Attention: Dans certains cas, les faces des lentilles, faisant office de miroir sphérique, peuvent donner une image dans le plan de l'objet. Cette image persiste même quand on retire le miroir plan, ce n'est donc pas la position correspondant à l'auto collimation.

Mesure.

Plaquer le petit miroir derrière la lentille : la lumière retraverse la lentille et forme une tache sur un petit cache de carton couvrant la moitié de l'objet. Déplacer la lentille par rapport à l'objet, jusqu'à ce que l'image se forme dans le plan de l'objet. On a alors **p = f**.

Mesurer la distance focale de la lentille convergente précédente..



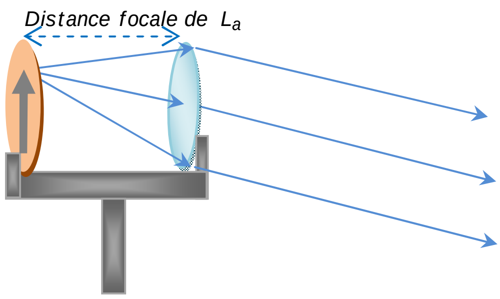
2-2 MESURE DIRECTE DE LA DISTANCE FOCALE PAR OBJET A L'INFINI

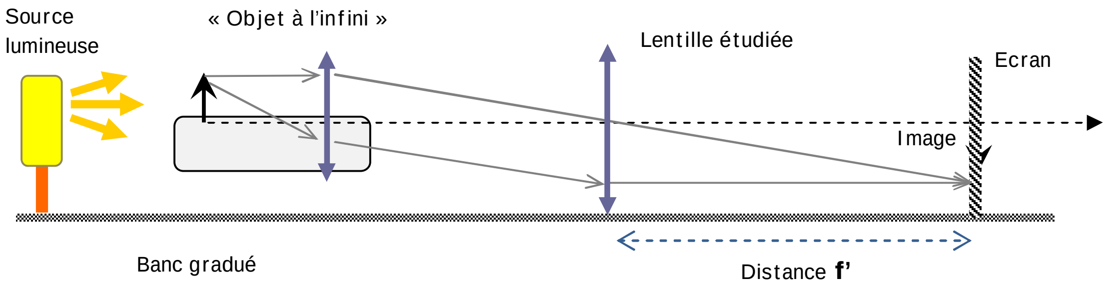
Principe de « l'objet à l'infini »

Lorsqu'un point objet P est placé à l'infini, son image se forme dans le plan focal F' de la lentille ; si la lentille est convergente, l'image est réelle, on peut l'observer sur un écran ; la position de celui-ci par rapport à la lentille donne directement f' = SF'.

Mesure :

Pour fabriquer un objet à l'infini, on utilise un montage fixe comprenant un objet placé dans le plan focal d'une lentille accessoire convergente L_a : l'image de cet objet par L_a se forme à l'infini ; c'est celle-ci qui sert d'objet pour la lentille que l'on veut étudier.





✓ Placer le dispositif « objet à l'infini » sur le banc, devant la lampe, à la place de l'objet précédent.

✓ Mesurer la distance focale de la lentille précédente.

MESURES DE LA DISTANCE FOCALE D'UNE LENTILLE CONVERGENTE : BILAN

La distance focale d'une même lentille a été mesurée par 3 méthodes différentes : méthode graphique (application de la relation de conjugaison), auto collimation (mesure en plaçant l'objet au foyer objet), méthode de l'objet à l'infini (image au foyer image):

✓ Reporter ces résultats dans un tableau, avec une estimation de l'incertitude sur chaque valeur.

méthode	Graphique	Auto collimation	Objet à l'infini	Bessel (* IV)
Distance focale f' (cm)				
Incertitude Δf' (cm)				

✓ Commenter (précision, facilité d'utilisation, limitations de chaque méthode…)
Si on a assez de temps, on complètera par la mesure selon la méthode de Bessel (IV).

III – FOCOMETRIE DE LENTILLES DIVERGENTES *(30 mn)*

Les méthodes de focométrie requièrent, de façon directe ou indirecte, de mesurer les distances de l'objet à la lentille et de la lentille à l'image. La combinaison « objet réel, image réelle » n'existant pas avec les lentilles divergentes, on ne peut pas déterminer directement leur distance focale: on devra utiliser un montage intermédiaire l'associant à une lentille convergente connue.
Il existe plusieurs méthodes ; la plus simple utilise des lentilles accolées.

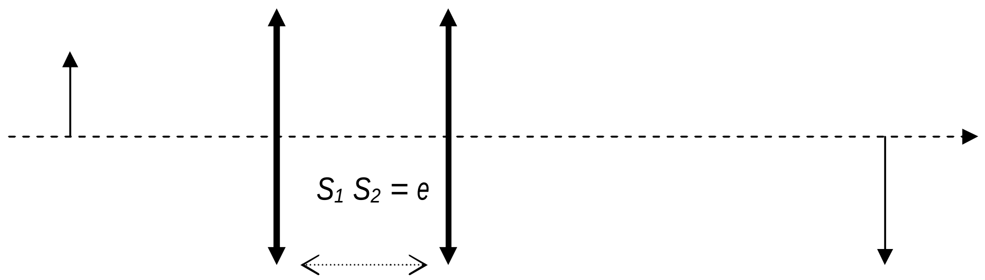
3-1. ASSOCIATION DE LENTILLES : RELATION DE GULLSTRAND

La formule générale de Gullstrand donne la vergence C_T d'un système centré composé de 2 lentilles L_1 et L_2, en fonction de leurs vergences C_1 et C_2 et de la distance e entre les sommets S_1 et S_2 :

$$C_T = C_1 + C_2 - e\, C_1 C_2$$

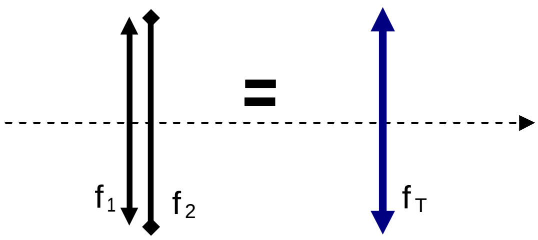
Noter que si L_1 est convergente ($C_1 > 0$), L_2 divergente ($C_2 < 0$), et $|C_1| > |C_2|$, alors C_T est toujours positive, quelle que soit la distance e .

Par contre l'ensemble n'est plus assimilable à une lentille mince et la distance focale ne se mesure pas à partir des sommets S_1 et S_2 (cf cours : systèmes centrés)



D'après la relation de Gullstrand, si on accole 2 lentilles minces, l'ensemble est équivalent à une lentille mince unique dont la vergence est égale à la somme algébrique des vergences des 2 lentilles :

$$C_1 + C_2 = C_T$$



Les sommets des lentilles sont considérés come confondus et identique au sommet de la lentille équivalente.

3-2. LENTILLES ACCOLEES : MESURE DE LA DISTANCE FOCALE D'UNE LENTILLE DIVERGENTE

La méthode suivante, indirecte, est applicable aussi bien pour les lentilles convergentes que pour les divergentes. *(sous réserve que la convergente soit plus puissante que la divergente)*

Pour mesurer la vergence C_2 d'une lentille inconnue, on l'accole à une lentille convergente connue C_1 et on détermine la vergence C_T de l'ensemble ; on en déduit C_2 par soustraction.

Mesure : On reprend la lentille convergente précédente L_1 (ou C+) de distance focale f_1, pour mesurer la distance focale f_2 de la lentille divergente, L_2, (ou C-):

✓ Accoler l'une contre l'autre la lentille convergente L_1 et la lentille divergente L_2 ; mesurer la distance focale f_T de l'ensemble (par objet à l'infini ou auto collimation).

✓ En déduire la distance focale de L_2 d'après la relation: $\mathbf{1/f_1 + 1/f_2 = 1/f_T}$

Calculer l'incertitude sur f_2 ; que peut-on en conclure sur le fait que la mesure de f_2 est indirecte ?

V - SI VOUS AVEZ LE TEMPS : :METHODE DE BESSEL *(40 mn)*

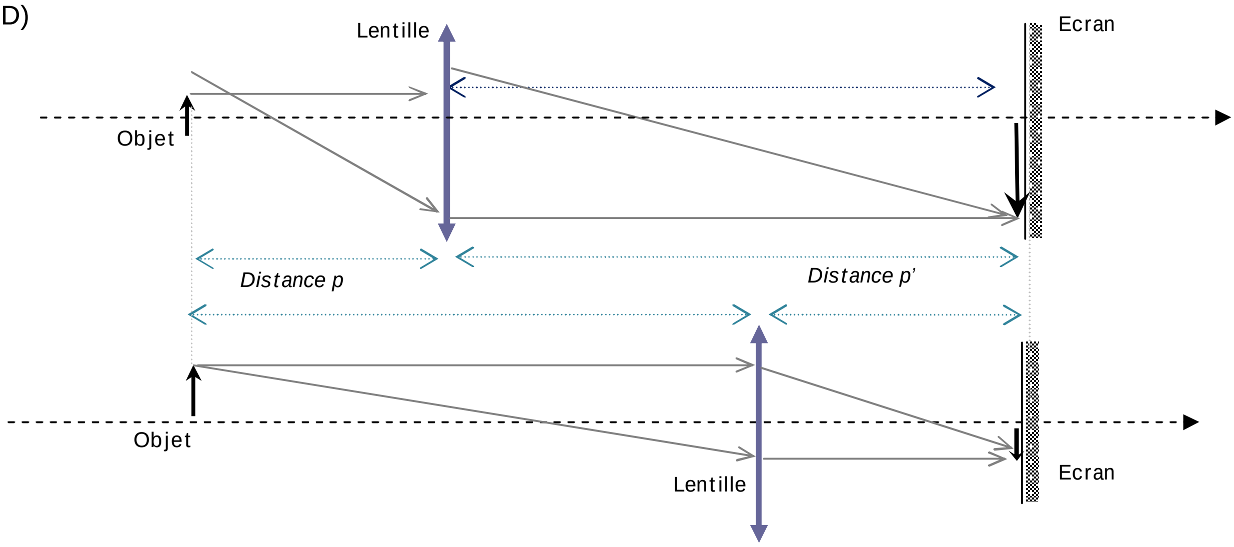
On a vu que d'après le principe du retour inverse de la lumière, les points objet et image sont équivalents ; les distances p et p' sont « interchangeables ». La méthode de Bessel utilise ce principe :

On montre que si l'on fixe la distance D entre objet et écran, il existe (sous réserve que D > 4 f') deux positions symétriques de la lentille , séparées d'une distance d, pour lesquelles l'image se forme sur l'écran : si p_1 et p_2 sont les distances objet-lentille et p'_1, p'_2 les distances lentille-image, on a :

(1) $p'_2 = p_1$ et $p'_1 = p_2$; $D = p_1 + p'_1 = p_2 + p'_2$ et $d = |p_1 - p_2|$ $\gamma_1 = p'_1/p_1 = p_2/p'_2 = 1/\gamma_2$

Ces deux positions sont les solutions de l'équation du second degré de variable p : $p^2 - D\,p + f'\,D = 0$

Soit Δ le discriminant de l'équation, $\Delta = D^2 - 4f'D = d^2$ et la distance focale vaut $f' = (D^2 - d^2)/(4D)$



- ✓ Retrouver par le calcul les deux solutions p_1 et p_2 par rapport à D et d données ci-dessus.
- ✓ Faire la mesure (expliquer : choix des distances, etc…) ; calculer d ; s'assurer que toutes les relations (1) sont vérifiées..
- ✓ Comparer le résultat avec les précédents (tableau II) ; commenter.

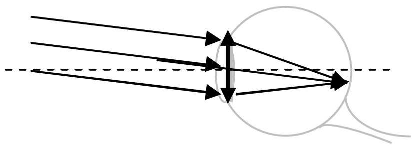
III- INSTRUMENTS D'OPTIQUE

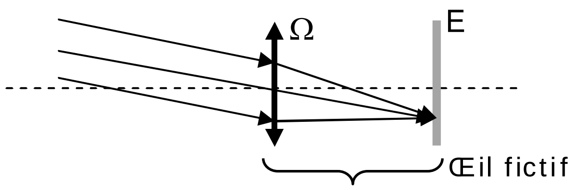
On va reproduire sur un banc optique le fonctionnement de quelques appareils : l'œil et la loupe, assimilables à une lentille mince, et l'association de 2 lentilles minces reproduisant une lunette astronomique.

I – LOUPE ET ŒIL REDUIT

2 - 1. PRINCIPE : ŒIL FICTIF OU ŒIL REDUIT

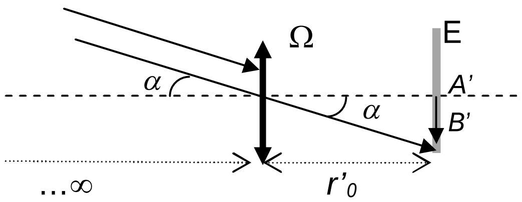
On désigne sous ce terme un montage : [lentille mince Ω, écran E à distance fixe de la lentille] permettant de reproduire sur un banc d'optique, la vision d'une image virtuelle, par l'œil d'un observateur, à travers l'oculaire d'un instrument. Dans l'œil (humain), le cristallin donne d'un objet observé, une image réelle sur la rétine ; dans l'œil fictif, la lentille convergente Ω donne de l'élément observé O, une image réelle O' sur l'écran E. Selon que l'élément observé est à l'infini ou à distance finie, il faudra adapter la distance entre Ω et l'écran pour simuler la variation de focale de l'œil.

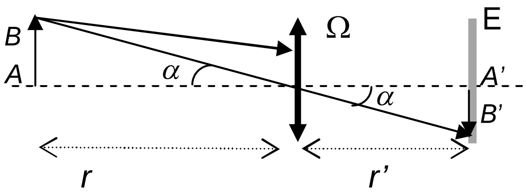




On veut utiliser comme œil fictif une lentille convergente de distance focale 15 cm :

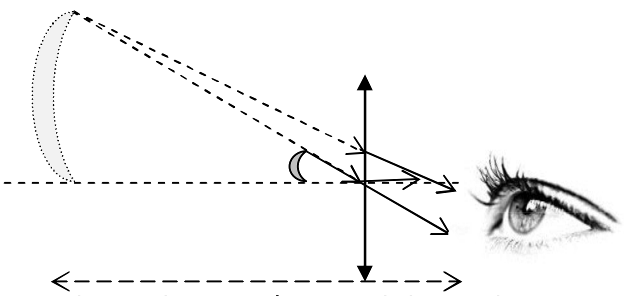
- Déterminer la distance r'_0 entre Ω et E pour l'observation à l'infini.
- Calculer la relation entre la taille de l'image obtenue sur la « rétine » (écran E) et l'angle α sous lequel est vu l'objet.



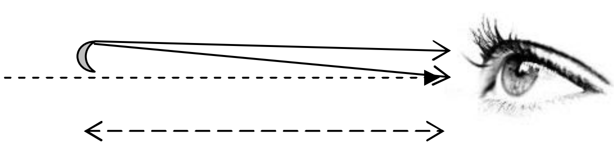


2 - 2. PRINCIPE : LOUPE

La loupe est un instrument oculaire (c'est-à-dire destiné à l'observation directe à l'œil) qui permet de donner d'un objet proche une image virtuelle agrandie. C 'est une lentille convergente simple, utilisée dans des conditions précises : objet situé au foyer objet, ou entre le foyer et le sommet, de façon à donner une image virtuelle, donc droite, et agrandie.



Observation au PP. à travers la loupe : d= 25cm



Observation directe de l'objet au PP. : distance 25cm

Définitions :

Puissance : c'est le rapport de l'angle α' sous lequel on voit l'image, sur la taille de l'objet de départ :

$P = \alpha' / AB$; (inverse d'une longueur, en m^{-1} ou dioptrie δ)

(α', angle entre rayons issus de A' et rayons issus de B')

Grossissement: c'est le rapport de l'angle α' sous lequel on voit l'image, à l'angle α sous lequel on verrait l'objet à l'œil nu : $G = \alpha' / \alpha$. Il dépend des conditions d'observation.

Pour comparer des dispositifs entre eux, on utilise le grossissement « commercial » défini pour un observation à l'œil à 25 cm. C'est la valeur qui est portée sur les objectifs, loupes, oculaires, etc… (X10 , X40, …) ; elle n'indique pas le grossissement effectif dans les conditions d'utilisation.

2 - 3. OBSERVATIONS SUR BANC OPTIQUE *((40 mn))*

On utilisera comme loupe une lentille L de distance focale + 100 mm et comme œil fictif une lentille Ω de distance focale + 150 mm et un écran.

a) L'objet est placé dans le plan focal objet de la lentille « loupe » L ; où se forme l'image ? peut-on la voir si on place un écran après la loupe ?

-Placer sur le banc le dispositif (lentille Ω, écran E) = (œil réduit) visant à l'infini (on prendra A-E = d = 80 cm) et observer qu'on obtient alors une image nette A"B" sur l'écran de l'œil réduit. *Vérifier, en déplaçant l'ensemble (Ω, E) que la position de l'OR n'intervient pas pour la mise au point.*

- Mesurer la taille de l'image A"B". Sous quel angle α' la voit-on ?

b) Observation « à l'œil nu » :
On observe AB directement avec l'œil réduit : pour cela, garder la distance A-E = d = 80 cm et retirer la loupe. L'objet n'étant plus à l'infini il faut adapter la « mise au point » de l'OR : on déplace donc la lentille Ω sans déplacer E jusqu'à obtenir une image A'B' nette sur l'écran.
- Mesurer la taille de l'image A'B'. Sous quel angle α voit-on l'objet ? Quelle est l'influence de la distance d ?

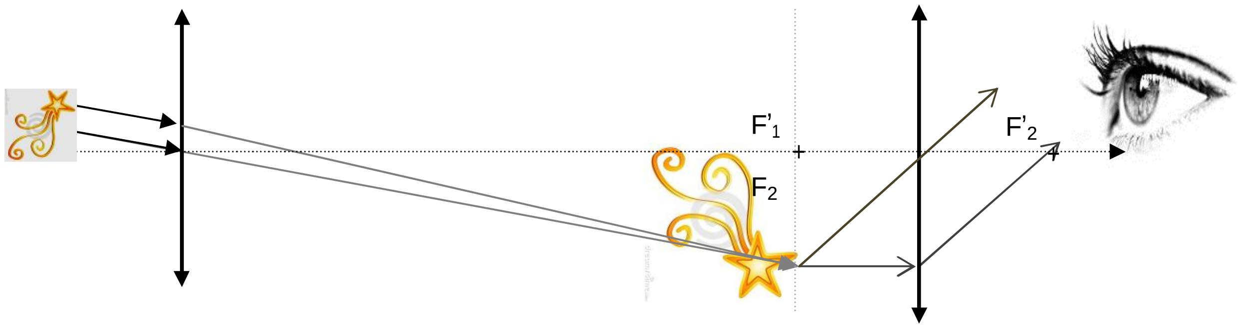
c) Déterminer la valeur expérimentale du grossissement. Commenter.

III – LUNETTE ASTRONOMIQUE

3 - 1. PRINCIPE

On regroupe sous le terme de « lunette » (au singulier) des instruments destinés à observer des images agrandies d'objets éloignés. Dans leur version la plus simple, elles sont constituées de deux lentilles, objectif et oculaire, montées aux extrémités d'un tube de longueur fixe. Dans les versions plus élaborées l'oculaire comporte plusieurs lentilles et la longueur est ajustable pour s'adapter à la vue de l'observateur. Elles sont destinées à être utilisées en montage afocal (objet et image à l'infini) ; dans ce cas on définit le grossissement angulaire $G=\beta/\alpha \approx C_2/C_1$.

La lunette astronomique (lunette de Kepler) comporte un objectif convergent de grande distance focale qui donne d'un objet situé à l'infini une image réelle et d'un oculaire convergent de courte distance focale qui permet d'observer l'image intermédiaire. Si celle-ci se forme dans le plan focal objet de l'oculaire, l'image finale est située à l'infini. Le système est alors afocal et son grandissement est négatif. L'image est inversée ; elle est vue sous un angle plus grand que l'objet.



3 - 2. MESURES EXPERIMENTALES *(1h environ)*

On dispose de trois lentilles : L_1, de distance focale 300mm, servira d'objectif ; L_2, de distance focale +100mm et, servira d'oculaire. L'observation « à l'infini » est faite avec un montage « œil » et la lentille L_o de distance focale 150mm.

a) On va d'abord simuler pour le dispositif (lunette) placé après, l'observation d'un objet très éloigné. Pour cela, selon le cas, on placera sur le banc d'optique un dispositif D∞ , constitué par la lentille convergente + 100mm éclairée par la lampe -objet « F » positionnée de façon que le « F » soit au foyer objet de la lentille; (*on a donc une image du « F » droite et à l'infini*) *(on peut aussi selon le cas, utiliser l'objet à l'infini » du TP 2).*

1. placer ensuite la lentille objectif L_1, puis l'oculaire, soit L_2 en respectant les distances qui donnent un système afocal. Quelles est cette position ?
2. *NOTA : L'objet étant à l'infini, l' observation ne devrait pas dépendre de la position de L_1 ; néanmoins, pour une luminosité et un champ optimal, on placera L_1 près de D∞ (5 à 10 cm).*
3. Utiliser « l'œil fictif » pour trouver la position et la dimension de l'image. *(même remarque : placer OR près de l'oculaire).* Noter les positions de Ω et E.
4. Calculer la taille angulaire α' de l'image donnée par la lunette.
5. Retirer la «lunette» (lentilles L_1 et L_2) et sans déplacer l'écran, observer «l'objet» à «l'œil nu» ; mesurer la taille angulaire α de l'objet. Calculer le grossissement $G = \alpha' / \alpha$.

IV - SI VOUS AVEZ LE TEMPS *(40 mn)*

- ✓ Choisir dans les lentilles mises à votre disposition, une lentille divergente vous permettant de faire un montage de type « lunette de galilée ». Justifer votre choix .
- ✓ Reprendre les mesures 1, 2, 3.
- ✓ Comparer avec la lunette astronomique précédente et commenter..

IV- CHUTE LIBRE

INTRODUCTION

Une **chute libre** est un mouvement sous le seul effet de la pesanteur. Galilée (1605) a proposé plusieurs expériences (glissement sur un plan incliné, temps de chute d'objets différents depuis la même hauteur) qui ont mis en évidence le champ de pesanteur quasi uniforme à la surface de la terre, Newton (1687) a énoncé les lois de la dynamique.

On va étudier ici une chute sans vitesse initiale et une chute avec vitesse de lancement.

NOTA : Le temps de manipulation est à partager à peu près également entre les deux montages, les étudiants commençant par l'un ou par l'autre et échangeant au bout d'une heure environ. Le temps restant sera utilisé pour la comparaison des méthodes et des mesures complémentaires si besoin.

I- CHUTE LIBRE VERTICALE (SANS VITESSE INITIALE)

I.1- PRINCIPE DE L'EXPERIENCE

1.1.1 Equation du mouvement

On considère une chute libre sans vitesse initiale: l'objet de masse m, soumis à son seul poids ($F = mg$) est en mouvement rectiligne le long d'un axe vertical, on écrira donc directement les valeurs scalaires des accélérations , vitesses et trajectoires. Le mouvement est alors décrit par :

- ✓ L'accélération γ , constante, positive :
  $\gamma = \partial v / \partial t = g$, où g est l'accélération de la pesanteur ;
- ✓ La vitesse v , donnée à un instant t en intégrant l'accélération :
  $v = \partial x / \partial t = \int g.\partial t = gt + v_0$, où v_0 est la vitesse à l'instant $t = 0$;
- ✓ La position x , donnée à un instant t en intégrant la vitesse :
  $x = \int v.\partial t = ½\, g.t^2 + v_0 t + x_0$ où x_0 est la position à l'instant $t = 0$;

On note que x, v et γ sont indépendantes de la masse m .

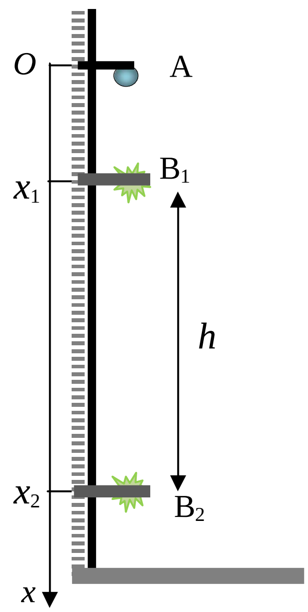
1.1.2 Montage

L'objet est une bille d'acier ; le point de départ est un électroaimant A dont la coupure de l'alimentation provoque le lâcher de la bille sans vitesse initiale.

Dans sa chute la bille coupe le faisceau de deux barrières lumineuses B_1 et B_2 (lampe et photodiode placée en face l'une de l'autre) ; la première déclenche le début du comptage de temps, l'autre provoque la fin du comptage.

Les hauteurs sont mesurées le long d'un rail gradué au millimètre. Le point A est fixe, les positions de B_1 et B_2 le long du rail peuvent être modifiées.

L'axe des positions (Ox) est orienté vers le bas, son origine est prise au point de départ de la chute. Le temps t des équations est compté à partir de l'instant du lâcher de la bille, le chronomètre enregistre l'intervalle de temps $T = t_1 - t_2$ entre les passages des la bille aux poins x_1 et x_2. On notera h la hauteur entre les deux barrières.



Les valeurs expérimentales disponibles sont donc les abscisses x_1 et x_2, et l'intervalle de temps T.

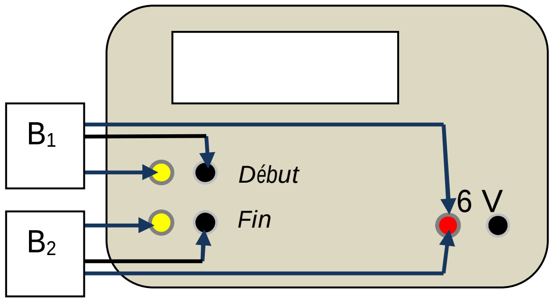
I.2 – MANIPULATION *(1 heure environ)*

Les rails étant gradués en millimètres, on exprimera les hauteurs en mm avec une incertitude de ±1mm. Pour les temps, les valeurs ne peuvent être meilleures que 0,001s (affichage) mais c'est la répétition de l'expérience qui indique l'intervalle d'incertitude.

Branchements : le dispositif de chronométrie fournit une alimentation 6V pour l'éclairage des lampes des barrières (bornes rouge et noire à droite) ; chaque photodiode doit également être connectée (fiches jaunes et noires à gauche) .

(ou dispositif équivalent)

L'électro-aimant peut être soit alimenté par la même sortie 6 V, soit par une alimentation indépendante ; un interrupteur est placé dans la boucle d'alimentation. En position fermée il assure la tenue de la bille, en l'abaissant on déclenche la chute.



LES MESURES SERONT PRESENTEES EN TABLEAUX, AVEC MOYENNES, UNITES ET INCERTITUDES

<u>2.1 Chute libre : estimation de l'accélération *g* de la pesanteur</u>

On rappelle que l'équation du mouvement conduit à l'expression : $g = 2\frac{(\sqrt{x_2}-\sqrt{x_1})^2}{T^2}$

a) Valeurs de départ : conditions A ; x_1 aux environs de 15 à 20 cm, h = 50cm ($x_2 = x_1 + h$).

Faire une série de mesures de T (au moins 5 ou 6 cohérentes) pour ces conditions A ; noter les valeurs de T_A obtenues ; en déduire la mesure correspondante avec son incertitude $T_{Am} \pm \Delta T_A$

Appliquer cette valeur T_{Am} et celles de x_1 *et* x_2 pour calculer g ; on notera g_A la valeur obtenue.

b) Conditions B et C :; modifier x_1 à votre guise, en conservant l'écart h = 50cm, puis modifier h, en gardant une des valeurs précédentes de x_1 ; mêmes calculs, déterminer de même les valeurs g_B et g_C.

c) Etude des résultats : critiquer l'influence du choix de x_1 et de h ; quelle condition vous paraît la meilleure ? pourquoi ?

<u>2.2 Etude des incertitudes</u>

Chaque mesure d'abscisse et de temps comporte une incertitude : c'est au minimum la précision de lecture ou d'affichage (±1 mm pour les distances, ±0.001 s pour le temps) mais elle peut être supérieure (précision de la position de coupure du faisceau ? répétabilité de la mesure de temps ?)

✓ Pour mettre en évidence l'incertitude sur la valeur de g due aux deux grandeurs temps T et positions x_1 et x_2, on va estimer Δg par : $\Delta g = (g_{max} - g)$ et donc calculer la valeur extrême g_{max} en prenant :

--d'abord, l'incertitude sur les hauteurs mais pas sur le temps (avec $x_2 + \Delta x$, $x_1 - \Delta x$, T);

--puis l'incertitude sur le temps et pas sur les hauteurs (avec x_1, x_2, $T - \Delta t$);

✓ Faire ces calculs pour les mesures en conditions A, faire un tableau et résumer les valeurs obtenues sous la forme $g \pm \Delta g$. Que peut-on conclure ?

II - MOUVEMENT PARABOLIQUE

II.1 - INTRODUCTION

Une chute libre est verticale lorque l'objet, soumis à son seul poids, est lâché sans vitesse initiale (ou avec une vitesse verticale) ; si on lui imprime une vitesse initiale oblique (lancer d'une balle, tir d'un projectile, etc…), on observe alors une trajectoire courbe (parabole) dont les grandeurs caractéristiques sont la flèche et la portée.

Nous allons observer ces trajectoires et les enregistrer au moyen d'une caméra vidéo. Un logiciel d'ESAO nous permettra de retrouver l'équation de la trajectoire et de déterminer les paramètres Accélération et Vitesse initiale.

II.2 - PRINCIPE DE L'EXPERIENCE

1.1 Trajectoire - Equations du mouvement

Un objet de masse m, soumis à son seul poids ($F = m\gamma$) est lâché d'un point O avec une vitesse initiale comportant une composant horizontale (axe *x*) et une composante verticale (axe *y*). D'après la relation fondamentale de la dynamique, on obtient un mouvement dans le plan (*x, y*) dont les équations des projections sur les axes selon les vecteurs unitaires $\vec{u_x}$ et $\vec{u_y}$, sont données par:

Selon l'axe vertical :

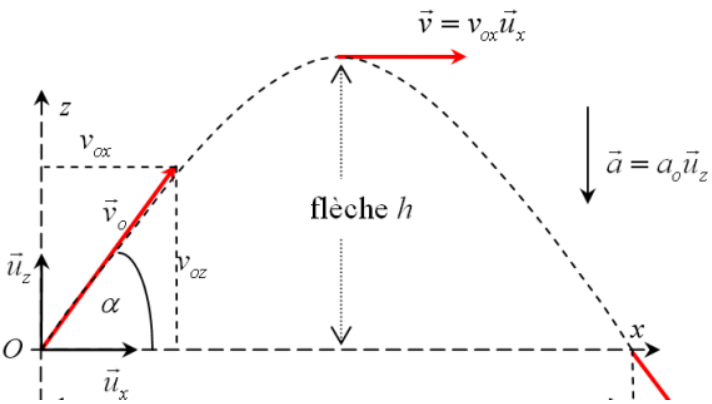
- ✓ L'accélération γ_y, constante, positive :
  $\gamma_y = \partial v_y / \partial t = g$;
- ✓ La vitesse v_y, donnée à un instant t en intégrant l'accélération :
  $v_y = \partial y / \partial t = \int \gamma_y . \partial t = gt + v_{y0}$;
- ✓ La position y, donnée à un instant t en intégrant la vitesse :
  $y = \int v_y . \partial t = ½ \, g.t^2 + v_{y0} t + y_0$ (i)

Selon l'axe horizontal

- ✓ L'accélération γ_x, nulle :
  $\gamma_y = \partial v_x / \partial t = 0$;
- ✓ La vitesse v_x, donnée à un instant t en intégrant l'accélération :
  $v_x = \partial x / \partial t = = \int \gamma_x . \partial t = v_{x0}$;
- ✓ La position x, donnée à un instant t en intégrant la vitesse :
  $x = \int v_x . \partial t = v_{x0} t + x_0$ (ii)

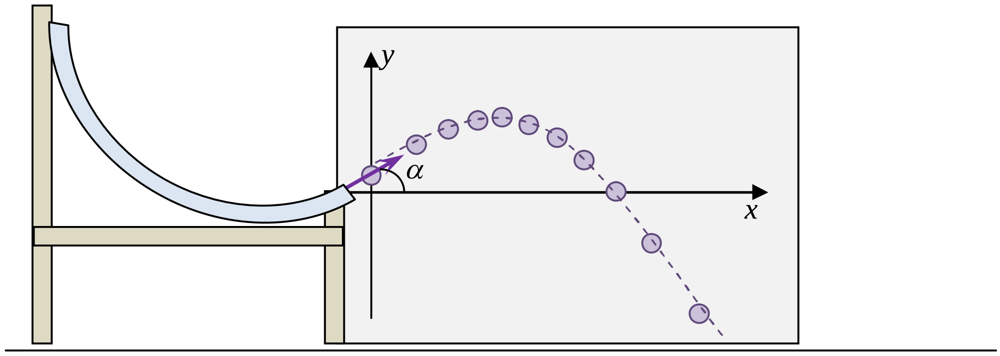
La trajectoire dans le plan (O, x, y), obtenue à partir de (i) et (ii), est une parabole: $y = a\,x^2 + b\,x + c$

On note que x, y, v_x, v_y et γ sont indépendantes de la masse *m* .



1.2 Montage

L'objet roule dans un tuyau monté sur un support orienté de façon à lui donner une vitesse oblique vers le haut en sortie du tube. Il suit alors une trajectoire parabolique devant un écran .



Une « webcam » est placée en face de l'écran et enregistre le mouvement. Ces enregistrements sont ensuite traités numériquement par le logiciel Atelier Scientifique (Généris). On peut également recopier les valeurs et faire les traitements (modélisation, calculs) à l'aide du logiciel Excel.

II.3 – MANIPULATION *(1 heure environ)*

2.1 Enregistrement et modélisation automatique de la trajectoire

Lancer le logiciel Atelier Scientifique, onglet « généraliste pour Sciences » ;le logiciel ne reconnait pas la caméra mais s'ouvre néanmoins et l'image donnée par la webcam s'affiche sur le moniteur de l'ordinateur. La régler pour que l'extrémité du tube de lancement et la totalité de la trajectoire soient visibles , sur le fond blanc du panneau de bois. Dans l'onglet « acquisition », indiquer la vitesse de caméra (20 images/s) et donner un temps d'acquisition entre 4 et 8 s. Laisser rouler la bille dans le tube et lancer l'acquisition .

Dans l'onglet « traitement manuel », faire défiler l'enregistrement ; sélectionner les bornes de la séquence à conserver, où la trajectoire de la bille est visible (8 ou 9 images environ). Sauvegarder le fichier. Valider les axes horizontal et vertical et donner l'échelle (clic droit de la souris) en mesurant deux points sur l'écran de bois. Lancer le traitement image par image en validant chaque position de la bille. Ensuite valider la fin de traitement : dans l'onglet « tableau » est affiché l'ensemble des mesures de temps, d'abscisse x et d'ordonnée y, dans l'onglet « graphe » les courbes x(t) et y(t) sont représentées.

✓ Faire plusieurs enregistrements avec la même bille (au moins 3), en conditions identiques ;

✓Après chaque mesure, effectuer la modélisation : onglet « modélisation », grandeur « y(t) », modèle prédéfini « parabole »; reporter les valeurs *x, y, t* mesurées et la courbe obtenue en mode modélisation, avec ses paramètres, sur l'onglet « compte-rendu » qu'on fait ensuite imprimer, ou les recopier dans le compte-rendu écrit, ou les reporter pour les traiter dans excel.

2.2 Traitement des données expérimentales

✓D'après les mesures de x et t, calculer en chaque point de la trajectoire la vitesse horizontale $v_x \pm \Delta v$; est-elle constante ?

✓Donner la valeur de $\boldsymbol{g}$ obtenue par ces mesures ; commenter l'incertitude et la dispersion des résultats.

✓Déterminer, d'après les paramètres de modélisation, les valeurs de v_0 et α.

✓Mesurer approximativement l'angle α d'inclinaison de la rampe de lancement à sa sortie ; comparer ces 2 valeurs de α .

III- CONCLUSION : COMPARAISON DES DEUX MONTAGES *(30 mn)*

Comparer les deux montages : précision des mesures, vérification des lois physiques….

Reprendre le cas échéant des mesures sur l'un ou l'autre montage pour vérifier les conclusions de la comparaison

INCERTITUDE DES MESURES - ECRITURE ET CALCUL DES INCERTITUDES

En sciences expérimentales on travaille à partir de mesures et de calculs faits sur ces mesures. On ne peut valider (ou invalider) un résultat, une théorie, etc… que si l'on peut évaluer les incertitudes qui existent sur ces mesures et leur impact sur les résultats.

Nous allons voir comment exprimer ces incertitudes pour donner l'écriture correcte : m ± Δm de la mesure. Nous aborderons ensuite le calcul d'incertitudes pour des grandeurs à plusieurs variables.

I LECTURE DES MESURES.

Les appareils de mesure dans leur grande diversité donne un affichage numérique ou analogique de la grandeur mesurée. On parle d'affichage numérique lorsque la valeur est donnée par un nombre et on parle d'affichage analogique lorsque la valeur est donnée par la position d'un repère sur une graduation (mesures de longueurs, position d'une aiguille sur un cadran gradué, niveau d'un liquide dans une colonne…)

Dans les deux cas, il y a une incertitude de mesure due à la précision de l'appareil et à l'exactitude de son calibrage (position du zéro et étalonnage de l'appareil). A cela se rajoute, dans le cas d'un affichage analogique, l'incertitude de lecture.

I.1 Affichages numériques.

On pourrait être tenté de croire qu'un tel affichage ne comporte pas d'erreur : ceci est FAUX .

Cas d'un affichage stable : 8.35 V incertitude sur le dernier chiffre affiché, donc la mesure est au mieux à ± 0.01 V et au pire à ± 0.09 V.

Si on dispose de la notice de l'appareil, le constructeur indique la précision de la mesure, qui varie souvent d'un calibre à l'autre. Elle est généralement donnée en % de la mesure, ou en (% de la mesure ± 1 ou 2 « digit »), ce qui correspond à l'incertitude d'affichage expliquée ci- dessus.

L'erreur de calibre et l'erreur d'affichage peuvent être du même ordre de grandeur : auquel cas il faut les ajouter, ou d'ordre différent, auquel cas il faut au moins s'aligner sur la plus grande. (NB : « erreur » pour « incertitude »)

I.2 Affichages analogiques.

Le principe de l'incertitude due à la précision du calibre existe sur les appareils analogiques de la même façon que sur les appareils numériques. Elle se calcule de la même façon si on dispose des informations du constructeur. A cela se rajoute l'incertitude de lecture. Elle est liée :

- ✓ au positionnement du zéro (en général réglable : vérifier avant d'utiliser un appareil qu'à vide, l'aiguille est le plus précisément possible sur le zéro de la graduation) ;
- ✓ à la précision de la graduation elle-même et à la finesse du repère (aiguille, trait…);
- ✓ au soin porté à la lecture : éviter notamment les erreurs de parallaxe (lecture «de travers»)
- ✓ On considère qu'on peut estimer l'incertitude de lecture à ± une demi- division

II – ECRITURE DES INCERTITUDES.

Par convention, le dernier chiffre d'un résultat numérique est celui sur lequel porte l'erreur ; si on écrit l'incertitude, celle-ci est arrondie à un chiffre, situé à la même précision que le dernier chiffre du résultat. On écrit (grandeur) = (meilleure estimation de la mesure) +/- (incertitude)

Ex : 23.4 ± 0.3 cm ; 23.0 ±0.5 cm ; mais PAS : 23 ± 0.5 cm ou 232 ± 20 mm !!!

Chiffres significatifs :

La notion de chiffre significatif est intimement liée à celle de précision. Plus un résultat contient de chiffres significatifs, plus il est précis. Pour déterminer le nombre de chiffres significatifs d'une valeur, on utilise la convention précédente d'écriture des résultats. Prenons par exemple 10,2. L'incertitude porte sur le dernier chiffre et sa valeur minimale est donc de 0,1. Ecrivons cette incertitude sous la forme d'un chiffre (et non plus d'un nombre), en utilisant la puissance de 10 adéquate : $0,1 = 1.\ 10^{-1}$. Il suffit ensuite d'écrire 10,2 en utilisant la même puissance de 10 : $10,2 = 102\ .\ 10^{-1}$. Il faut 3 chiffres pour écrire 102, ce sont les chiffres significatifs.

Ex : 0,025 : $0,025 \pm 0,001 = (25 \pm 1)\ 10^{-3}$ donc : 2 chiffres significatifs.

0,0250 : $0,0250 \pm 0,0001 = (250 \pm 1)\ 10^{-4}$ donc : 3 chiffres significatifs.

Bien que 0.025 et 0.0250 représentent la même valeur, écrire 0.0250 implique une précision 10 fois plus élevée que 0,025. Ecrire un zéro n'est donc jamais anodin...

La connaissance du nombre de chiffres significatif est utile lorsqu'on veut écrire une grandeur calculée à partir d'une mesure sans passer par le calcul d'incertitude de cette grandeur. En effet, en première approximation nous pouvons utiliser la règle du report du nombre de chiffres significatif. Ainsi si la mesure de m comporte 5 chiffres significatifs, toutes les valeurs calculées a partir de m comme 1/m, m^2… devront être écrite avec 5 chiffres significatif.

III - INCERTITUDES ABSOLUES ET INCERTITUDES RELATIVES.

L'incertitude absolue est une grandeur du même type que la mesure m ; elle a la même unité (s'il y a lieu). On la note Δm . Si on ajoute deux valeurs, on ajoute leurs incertitudes.

Ex : $L_1 = 23.4 \pm 0.2$ cm et $L_2 = 12.0 \pm 0.3$ cm : L_1 +: $L_2 = 35.4 \pm 0.5$ cm

Il arrive souvent que l'on veuille comparer l'incertitude à sa mesure ; on parle alors d'incertitude relative . On la note $\frac{\Delta m}{m}$.

Ex : On pèse $m_1 = (200 \pm 2)$ g ; $m_2 = (2\,000 \pm 2)$ g ; $m_3 = (200 \pm 2)$ kg

L'incertitude absolue sur m_1 et m_2 est la même : 2 g ; celle sur m_3 est 1000 fois plus grande (2 kg).

L'incertitude relative sur m_1 est $2/_{200}$ soit 1% , l'incertitude relative sur m_2 est $2/_{2\,000}$ soit 0.1% (10 fois plus petite) , l'incertitude relative sur m_3 est $2/_{200}$ = 1%, la même que sur m_1 .

IV - CALCUL DES INCERTITUDES .

IV.1 Rappels sur la différentielle d'une fonction.

A toute fonction dérivable d'une seule variable, $y = f(x)$, on relie la variation locale de y à la variation locale de x par la forme dite " différentielle " , $dy = f'(x)\, dx$.

C'est à dire qu'autour de ce point x, on assimile la variation de f(x) avec le produit de la dérivée en x par la variation de x (on " linéarise " la fonction f en x). La différentielle s'écarte d'autant moins de la vraie variation de f(x) que l'intervalle dx est petit (tend vers zéro).

Ecriture : $y = a\,x^n \Rightarrow dy = a\,n\,x^{n-1}\,dx$

$$Y = \ln(ax+b) \Rightarrow dY = \frac{a}{ax+b}\,dx$$

Pour une fonction de plusieurs variables, on généralise en utilisant les dérivées partielles calculées en supposant une grandeur variable et les autres fixes :

Soit f(x,y) : $$df = f_x'(x,y)\,dx + f_y'(x,y)\,dy = \frac{\partial f}{\partial x}dx + \frac{\partial f}{\partial y}dy$$

IV.2 Utilisation de la différentielle.

Lorsqu'un résultat R est obtenu après un calcul utilisant des mesures m_i , on doit déterminer l'incertitude sur le résultat en fonction des incertitudes sur les différentes mesures. Selon les cas, il sera plus facile de déterminer l'incertitude absolue ΔR ou l'incertitude relative $\Delta R / R$.

Quand les opérations en jeu sont des sommes ou des différences, on utilise les incertitudes absolues. Dans le cas où R s'écrit comme une fonction de plusieurs variables, on utilisera la différentielle pour exprimer la variation sur R à partir des variations Δm_i.

Notations : Soit G une grandeur physique.

G_m est la valeur mesurée de G.

G_e est la valeur "exacte " de G (mais forcément inconnue).

L'erreur absolue que l'on fait sur une mesure est notée :

$\delta G = G_m - Ge$ (δG est alors inconnue).

L'incertitude sur G, que l'on note ΔG et que l'on prend positive, est la limite supérieure de l'erreur (le pire des cas). Contrairement à δG, ΔG peut être estimée.

Cas général

Supposons que la grandeur physique G soit reliées à d'autres grandeurs physiques x, y, z... par une relation mathématique connue : $G = f(x, y, z\ldots)$.

Ce sont les valeurs de x, y et z que l'on mesure expérimentalement et dont on connaît les incertitudes de mesure Δx, Δy, Δz… La valeur de G est obtenue par le calcul (relation mathématique) et l'objectif est de connaître l'incertitude ΔG qui se répercute sur G du fait des incertitudes Δx, Δy, Δz...

Les différentes étapes du calcul de ΔG sont les suivantes :

$$G = f(x, y, z\ldots)$$

1ère étape : Différencier

$$dG = f'_x\,dx + f'_y\,dy + f'_z\,dz + \dots$$

avec $f'_x = \dfrac{\partial f}{\partial x}$ (dérivée partielle de f par rapport à la variable x)

On suppose que l'erreur de mesure est suffisamment petite pour que $\delta G \# dG$ et donc :

$$\delta G = f'_x\,\delta x + f'_y\,\delta y + f'_z\,\delta z + \dots$$

2ème étape : Chercher le maximum de δG

ΔG, la limite supérieure de l'erreur prise positive est définie par :

$$\begin{aligned}\Delta G &= |\,\delta G\,|_{max} \\ &= |\,(f'_x\,\delta x)_{max}| + |\,(f'_y\,\delta y)_{max}| + |\,(f'_z\,\delta z)_{max}| + \dots \\ &= |\,f'_x\,|.|\,\delta x\,|_{max} + |\,f'_y\,|.|\,\delta y\,|_{max} + |\,f'_z\,|.|\delta z\,|_{max} + \dots \\ &= |\,f'_x| \,.\, \Delta x + |f'_y| \,.\, \Delta y + |f'_z| \,.\, \Delta z + \dots\end{aligned}$$

<u>Exemple d'application :</u> $G(x,y,z) = -xy - \dfrac{z}{x+1}$

1ère étape : différencier

$$dG = \left[\; -y + \frac{z}{(x+1)^2} \;\right] dx - x\,dy - \frac{dz}{x+1}$$

2ème étape : majorer

$$\Delta G = \left| -\;y + \frac{z}{(x+1)^2} \right| \Delta x + |-x|\,\Delta y + \frac{\Delta z}{|x+1|}$$

<u>Cas particulier : « dérivée logarithmique » et incertitudes relatives</u>

Dans le cas où la grandeur G apparaît sous forme de produits ou quotients des autres grandeurs, on simplifie beaucoup les calculs en différentiant le logarithmique de G.

Soit une fonction $G(x, y,z) = x^a\, y^b\, z^c$, alors $\dfrac{\Delta G}{|G|} = |a|\dfrac{\Delta x}{|x|} + |b|\dfrac{\Delta y}{|y|} + |c|\dfrac{\Delta z}{|z|}$

Ex 1 : $G = \dfrac{x}{yz^2} = x^1\, y^{-1}\, z^{-2}$ Alors on définit F telle que : $F = \ln G = \ln x - \ln y - 2\ln z$

$$dF = d(\ln G) = \frac{\partial F}{\partial x}dx + \frac{\partial F}{\partial y}dy + \frac{\partial F}{\partial z}dz$$

$$dF = \frac{1}{G}dG = \frac{1}{x}dx - \frac{1}{y}dy - \frac{2}{z}dz$$

$$\frac{dG}{G} = \frac{dx}{x} - \frac{dy}{y} - \frac{2dz}{z} = a\frac{dx}{x} + b\frac{dy}{y} + c\frac{dz}{z}$$

En écrivant de nouveau : $\Delta G = |\,\delta G\,|_{max}$

On obtient : $$\frac{\Delta G}{|G|}=\frac{\Delta x}{|x|}+\frac{\Delta y}{|y|}+\frac{2\Delta z}{|z|}=|a|\frac{\Delta x}{|x|}+|b|\frac{\Delta y}{|y|}+|c|\frac{\Delta z}{|z|}$$

Cette technique de calcul est à connaitre « par cœur », on l'applique chaque fois que c'est possible (plus rapide que la méthode « générale).

Ex 2 : $I = RD/a^2$, on a : $\Delta I/I = \Delta R/R + \Delta D/D + 2\ \Delta a/a$

IV.3 " Estimation " rapide des incertitudes.

Dans certains cas seulement, on peut avoir une idée (généralement par excès) de l'incertitude en calculant R_{max} ou R_{min} par les valeurs des $m_i + \Delta m_i$ ou $m_i - \Delta m_i$.

Ex : V = 220 ± 3 volts, I = 4.5 ± 0.1 A ; on trouve R = V / I = 48.889 Ω. Que vaut ΔR ?

♦ Par les différentielles logarithmiques:

$$R=\frac{V}{I} \quad \text{donc} \quad \ln R = \ln V - \ln I\ ;$$

d'où : $$\frac{dR}{R}=\frac{dV}{V}-\frac{dI}{I} \qquad \text{et :} \qquad \frac{\Delta R}{R}=\frac{\Delta V}{V}+\frac{\Delta I}{I}$$

AN : $\frac{\Delta R}{R}=\frac{3}{220}+\frac{0.1}{4.5}=0.036$ et $\Delta R = 1.753 = 2\ \Omega$: on écrit **R = 49 ± 2 Ω**

♦ Estimation :

$$R_{max}=\frac{V_{max}}{I_{min}}=\frac{223}{4,4} \quad \text{et} \quad R_{min}=\frac{V_{min}}{I_{max}}=\frac{217}{4,6}$$

Soit: R_{max} = 50.68 Ω et R_{min} = 47.17 Ω c'est à dire **R = 49 ± 2 Ω**

Autre exemple : On veut déterminer l'indice *n* du verre constituant une lame à faces parallèles ; on mesure les angles de réfraction *r* pour divers angles d'incidence *i* et on calcule *n* d'après la relation de Descartes $n_a \sin i = n \sin r$, connaissant n_a =1 pour l'air ;

On trouve pour *i* = 30,0 ± 0,5° , un angle *r* = 19,5 ± 0,5° : quelle est l'incertitude sur *n* ?

Pour *i*=30° et *r*=19,5° le calcul donne *n* = 1,50

Avec *i*=30° et *r*=19° ou 20° on trouve *n* entre 1,46 et 1,54 , d'où ***n* = 1,50 ± 0,4**

Avec *r*=19,5° et *i*=29,5° ou 30,5° on trouve *n* entre 1,48 et 1,52 d'où ***n* = 1,50 ± 0,2**

Avec les valeurs extrèmes à la fois sur *i* et *r* , *n* varie entre 1,44 et 1,56 d'où ***n* = 1,50 ± 0,6**

TRACE ET EXPLOITATION DES GRAPHES

I. TRACES DE GRAPHES

On rappelle qu'un graphe doit être clair, lisible par tous et compréhensible, en principe, même sorti de son contexte.

Les axes sont gradués de façon régulière*. Ils comportent une légende et obligatoirement l'unité. (ex : *Pression (Pa), Volume (m^3)*)

L'échelle est choisie pour illustrer le mieux possible les résultas attendus (passage par zéro ou pas, faibles variations autour d'une valeur fixe, etc…).

Le titre définit l'expérience plutôt que répéter les intitulés des axes. (ex : *« Vérification de la loi des gaz parfaits à température constante »* et non *« Pression d'un gaz en fonction de son volume »*, ni *« P (Pa) =f(V)(m^3) »*).

Les points expérimentaux sont portés proprement, avec la barre d'erreur si possible ; le tracé est fait selon une ligne régulière, sans faire du « point à point » surtout s'ils sont dispersés (mise en évidence de points abberants).

Les graphes illustrent un phénomène mieux qu'un tableau de mesures et permettent de vérifier rapidement (visuellement) si une loi physique simple relie les grandeurs mesurées.

Les logiciels de simulation sont capables de rechercher l'adéquation entre une série de valeurs et une loi non linéaire. Néanmoins, il est pratique et donc fréquent, de faire des changements de variables lorsque ceux-ci permettent de ramener la représentation graphique à une droite. On appliquera ensuite les techniques de régression linéaire pour déterminer les paramètres régissant le phénomène étudié.

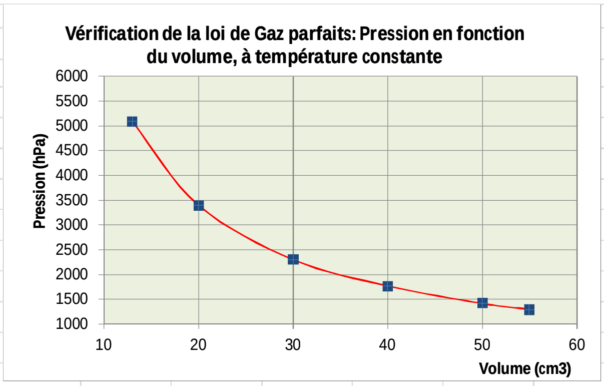
Ex : à température constante T, le volume et la pression d'un gaz sont liés par $P = (nRT) .1/V$, la variation de P en fonction de V est une hyperbole. Si on calcule $x= 1/V$, le tracé $P=f(x)$ doit être linéaire et la pente vaut (nRT).

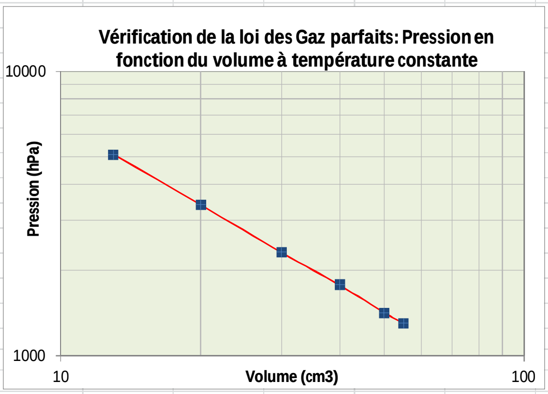
*Une graduation non linéaire peut remplacer un changement de variable. En particulier, on utilise fréquemment les échelles logarithmiques (sur les 2 axes) ou semi-logarithmiques (sur un seul axe).

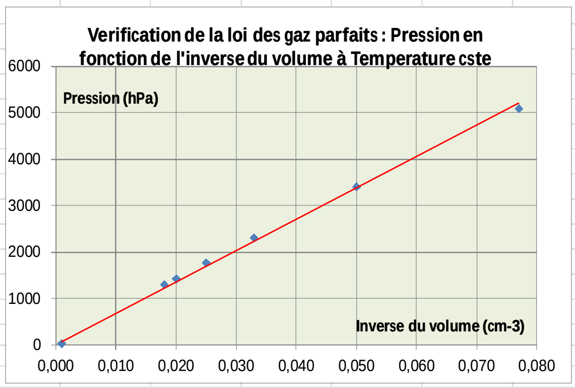
Ex : ♦ *$PV=nRT$ donne $\log(P) = \log(nRT)+\log(V)$; à T constante, $\log P = \log V + cste$; variation linéaire en log-log*

: ♦ *Courant I de décharge d'un condensateur C dans une résistance R en fonctions du temps t :*
$I=I_o\ e\ (-t/_{RC})$ donne $\ln (I) =(-1/_{RC}) . t + \ln(I_o)$; le tracé de ln(I) en fonction de t ou le tracé de I (axe logarithmique) en fonction de t(axe linéaire) donne une droite ; le calcul de la pente permet de déterminer la constante RC.

V (cm3)	1/V	P (hPa)
13	0,077	5100
20	0,05	3400
30	0,033	2305
40	0,025	1775
50	0,02	1420
55	0,018	1300







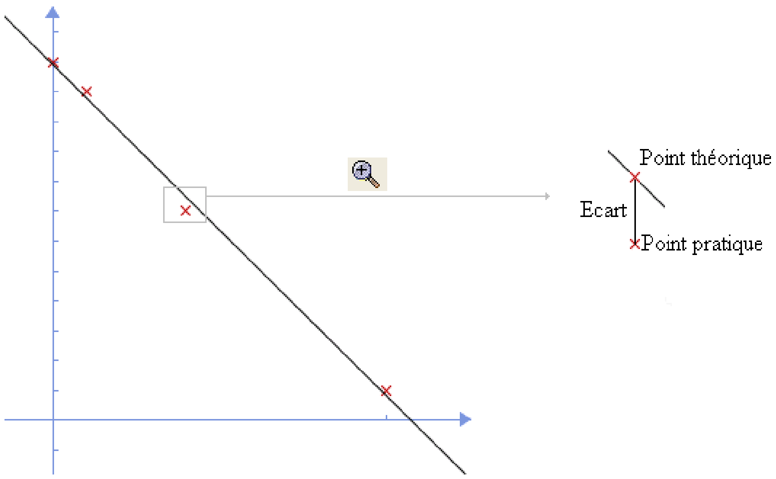
II. REGRESSION LINEAIRE

De nombreuses quantités physiques sont reliées par des conditions du type y=ax+b. Par des expériences, on arrive à connaitre des couples (x_i,y_i), et on cherche à déterminer a et b. En général, en raison des erreurs de mesure, les points (x_i,y_i) ne sont pas alignés, mais sont "presque" sur une même droite. Il faut alors choisir a et b de sorte que la droite soit la meilleure possible.

Pour cela, il faut choisir une mesure de l'écart entre une droite y=ax+b et le nuage de points expérimentaux (x_i,y_i). On choisit en général le carré de la différence entre le point théorique et le point expérimental, c'est-à -dire $(y_i-(ax_i+b))^2$. L'écart total est donc :

$$J(a,b)=\sum_{i=1}^{n}(y_i-ax_i-b)^2.$$

Effectuer une régression linéaire, c'est trouver la droite qui minimise l'écart précédent, c'est-à -dire la somme des carrés des différences : on parle de droite des moindres carrés.



Un minimum d'une fonction de plusieurs variables ne peut se produire qu'en un point où les dérivées partielles s'annulent, c'est à dire:

$$\left\{\begin{array}{lcl}\dfrac{\partial J}{\partial a} & = & -2\displaystyle\sum_{i=1}^{n}x_i(y_i-ax_i-b)=0,\\ \dfrac{\partial J}{\partial b} & = & -2\displaystyle\sum_{i=1}^{n}y_i-ax_i-b=0.\end{array}\right.$$

On a un système linéaire d'ordre 2 en a et b à résoudre, et on trouve :

$$a=\frac{n\sum_{i=1}^{n}x_iy_i-\sum_{i=1}^{n}x_i\sum_{i=1}^{n}y_i}{n\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2}\text{ et }b=\frac{\sum_{i=1}^{n}y_i\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\sum_{i=1}^{n}x_i\sum_{i=1}^{n}x_iy_i}{n\sum_{i=1}^{n}x_i^2-\left(\sum_{i=1}^{n}x_i\right)^2}.$$

Ces formules sont en général directement implémentées dans les calculatrices ou les tableurs.

Ex : La tension U aux bornes d'une batterie de force électromotrice E et de résistance interne R est U = E- RI. On a procédé à différentes mesures :

Intensité mesurée (A) :	0	0,1	0,4	1
Tension mesurée (V) :	12	11	7	1

La régression linéaire donne $y = a\,x + b$ avec a =- 11.7 et b = +11.9 , soit E=11,9 Volts et R=11,07 Ohms.

III . METHODE DES MOINDRES CARRES

2.1 Principe

Bien sûr, toutes les quantités physiques ne sont pas linéaires. On peut parfois s'y ramener si l'évolution est exponentielle (comme dans l'étude d'une population) en prenant le logarithme, ou si l'évolution est logarithmique (comme pour une étude de pH) en prenant l'exponentielle. Mais ce n'est pas toujours le cas...

Lorsque la dépendance entre y et x est régie par une fonction f, où f dépend de certains paramètres, la méthode des moindres carrés consiste à trouver les paramètres pour minimiser

$$J = \sum_{i=1}^{n} (y_i - f(x_i))^2$$

où les (x_i, y_i) sont les points expérimentaux. On réalise ensuite le même type d'étude que pour le cas linéaire.

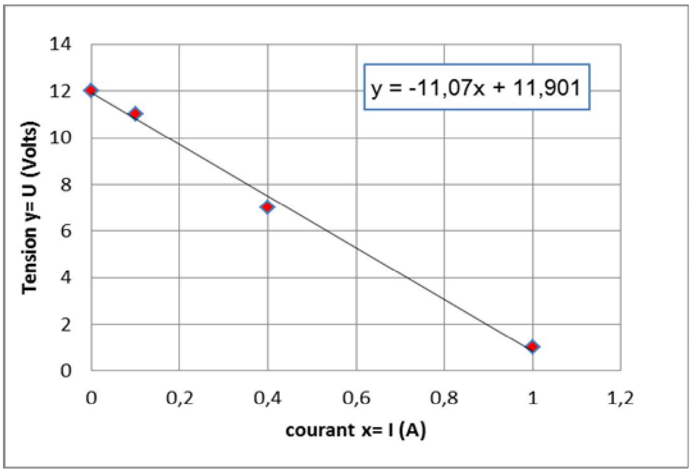
2.2 Ajustement par moindres carrés sous « Excel »

Cas d'une relation linéaire : $y = a\,x + b$

Une fois les valeurs entrées sous forme de tableau, sélectionner la zone des cellules contenant les données ;

Utiliser « Insertion graphes », puis, sur le graphique obtenu, sélectionner les points de données ; utiliser (clic droit) « Insérer une courbe de tendance » , « linéaire » et « Afficher l'équation de la courbe »

On obtient le résultat ci-contre



! Excel calcule vite et bien mais ne réfléchit pas à votre place : vous devez comprendre les valeurs qui sont données dans l'équation de la courbe de tendance, réfléchir aux unités, à la précision (écart entre les points de mesure et la droite de tendance), etc….

On peut également obtenir les valeurs de a et b sans faire tracer la droite :

Si:
- Les valeurs x sont dans les cellules A1 à A8
- Les valeurs y sont dans les cellules B1 à B8

>> a se calcule avec la formule =DROITEREG(B1:B8;A1:A8)

>> b se calcule avec la formule =MOYENNE(B1:B8)- DROITEREG(B1:B8;A1:A8)*MOYENNE(A1:A8)